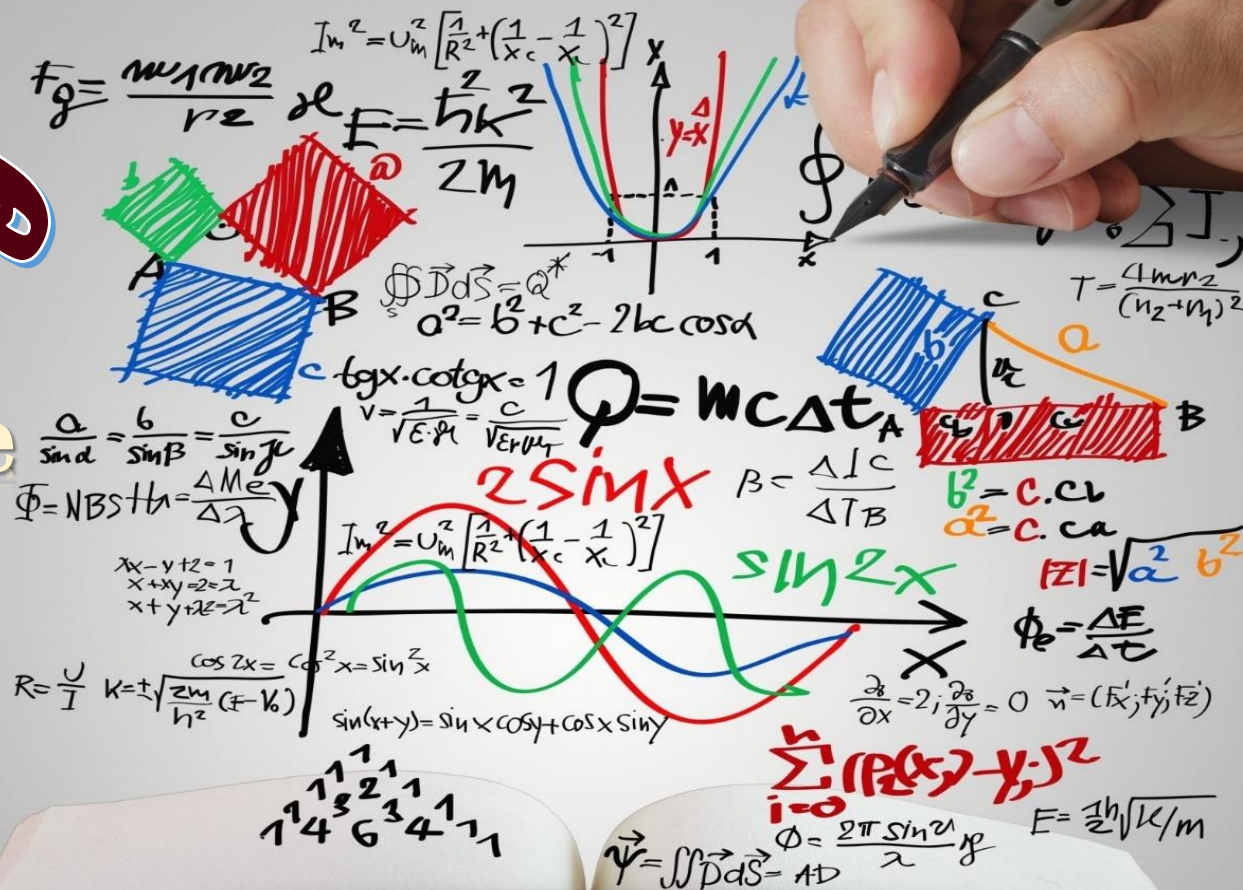
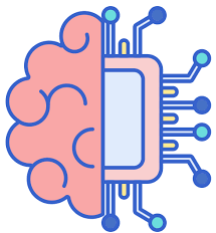


هوش محاسباتی

Computational Intelligence

میلاد سلطانی



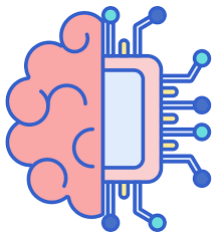


فهرست مطالب فصل سوم

- مقدمه و تاریخچه
- انواع و خصوصیات سیستم فازی
- کاربردها و زمینه های تحقیقاتی
- مزایا و معایب سیستم های فازی
- نظریه مجموعه های فازی
- توابع عضویت فازی
- مفاهیم اصلی مجموعه های فازی
- عملیات جبری روی مجموعه های فازی

فصل سوم

سیستم های فازی Fuzzy Systems



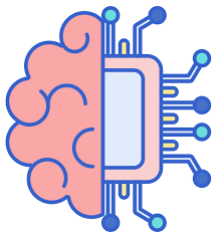
مقدمه

■ واژه فازی (Fuzzy) در فرهنگ لغت آکسفورد به معنی مبهم، گنگ و نامشخص است.

■ در زندگی عادی گاهی با موقعیت‌هایی مواجه می‌شویم که نمی‌دانیم تصمیم درست یا نادرست کدام است و عملکرد صحیح از چشمان مخفی شده.

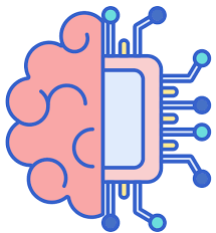
■ به این ترتیب برای هر موقعیتی می‌توان میزان عدم قطعیتی تعیین کرد که منطق فازی (Fuzzy Logic) یک پیشنهاد منعطف و با ارزش ارائه می‌دهد.

■ نتایج منطق فازی با شک و تردید ایجاد می‌شوند.



مقدمه

- منطق فازی یک روش تفکر و تصمیم‌گیری است که به ما کمک می‌کند تا مسائل و شرایطی که دقیق و شفاف نیستند، بهتر درک و مدیریت کنیم.
- منطق فازی، بر مبنای تصمیم‌گیری‌های انسانی پایه‌ریزی شده و می‌توان یک توسعه منطق ارسطویی (Aristotle Logic) یا منطق بولی (Boolean Logic) دانست.
- تصور کنید می‌خواهید دمای اتاق را تنظیم کنید.
 - * اگر بگوییم دما "سرد" است، این تعریف خیلی مبهم است، چون سردی برای هر کس متفاوت است.
 - * مثلاً برای شما ممکن است ۱۸ درجه "سرد" باشد و برای دیگری ۱۵ درجه.
 - * منطق فازی می‌گوید: "بگذار به جای گفتن فقط سرد یا گرم، دما را به صورت نسبی توصیف کنیم: مثلاً ۷۰٪ سرد یا ۳۰٪ گرم."



ایده اصلی منطق فازی

- در زندگی روزمره، همه چیز همیشه کاملاً درست (۱) یا کاملاً نادرست (۰) نیست. بسیاری از چیزها کاملاً دقیق نیستند. منطق فازی این حالت نادقیق را مدل سازی می کند.
- فرض کنید شما می خواهید بدانید آیا فردی "قد بلند" است یا نه.

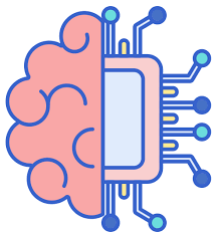
* در منطق کلاسیک:

◀ اگر قد فرد بالای ۱۸۰ سانتی متر باشد، او "قد بلند" است (۱)، و اگر کمتر باشد، او "قد بلند" نیست (۰).

* در منطق فازی:

◀ فردی با قد ۱۷۰ سانتی متر ممکن است ۶۰٪ قد بلند باشد، و فردی با قد ۱۹۰ سانتی متر ممکن است ۹۰٪ قد بلند باشد.

- پس منطق فازی یعنی روشی برای فکر کردن به مسائل واقعی، به شکلی که درجات مختلف درستی و نادرستی را در نظر بگیرد، نه فقط صفر و یک.



تاریخچه منطق فازی (۱۹۶۰)

- دهه ۱۹۶۰: آغاز رسمی و شکل‌گیری منطق فازی
- مفهوم و مطالعه در مورد منطق فازی اولین بار توسط پروفسور لطفی زاده در سال ۱۹۶۵ در دانشگاه برکلی در مقاله‌ای به نام "مجموعه‌های فازی" به کار رفت.
- *ایشان متوجه شدند که دستگاه‌های دیجیتال توانایی شبیه‌سازی تفکرات و ایده‌های ذهن انسان را دارا نیستند و نمی‌توانند مانند انسان فکر کنند.
- ایده منطق فازی در ابتدا با مقاومت زیادی از سوی جامعه علمی مواجه شد. برخی از منتقدان این نظریه را فاقد دقت کافی و غیر علمی می‌دانستند، چرا که با روش‌های متداول و قطعی ریاضیات کلاسیک تفاوت داشت.

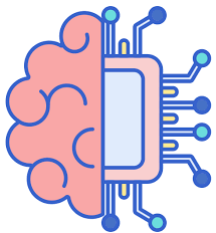
متولد: ۴ فوریه ۱۹۲۱
فوت: ۶ سپتامبر ۲۰۱۷

استاد تمام رشته علوم رایانه و رشته الکتروتکنیک
دانشگاه برکلی کالیفرنیا

بیش از ۳۵ دکترای افتخاری از دانشگاه های معتبر دنیا
از پژوهشگران دارای بیشترین ارجاع در مقالات علمی دنیا

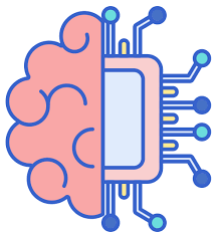


[لینک صفحه ویکی پدیا مربوط به پروفسور لطفی زاده](#)



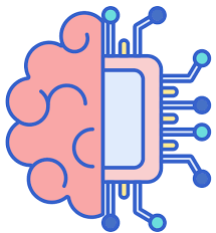
تاریخچه منطق فازی (۱۹۷۰)

- دهه ۱۹۷۰: گسترش مفاهیم اولیه و آغاز کاربردها
- در این دهه جامعه علمی به تدریج ایده فازی را پذیرفت و تحقیقات بیشتری در این زمینه انجام شد.
- در سال ۱۹۷۵ ممدانی و آسیلیان کنترل کننده فازی را به یک موتور بخار اعمال کردند.
- در سال ۱۹۷۸ هولمبلاد و اوسترگارد کنترل فازی را در فرآیند صنعتی کامل کوره سیمان به کار گرفتند.



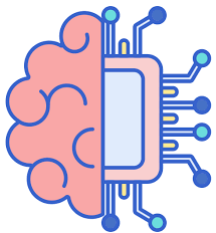
تاریخچه منطق فازی (۱۹۸۰)

- دهه ۱۹۸۰: پذیرش جهانی و اولین موفقیت‌های صنعتی
- شرکت‌های ژاپنی، بویژه در صنایع خودروسازی (مانند تویوتا)، از منطق فازی برای کنترل سیستم‌هایی مانند ترمز و تهویه مطبوع استفاده کردند.
- سال ۱۹۸۰ اولین کاربرد فازی در ژاپن توسط سوگنو برای کنترل سیستم تصفیه آب فوجی به کار رفت.
- سال ۱۹۸۳ سوگنو ماشین فازی طراحی کرد که از راه دور کنترل شده و خودش به تنهایی عمل پارک کردن را انجام می‌داد.
- سال ۱۹۸۷ سیستم کنترل قطار زیر زمینی سندایی توسط یاشونوبو و میاموتو از شرکت هیتاچی طراحی شد.



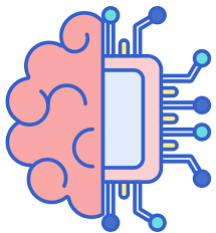
تاریخچه منطق فازی (۱۹۹۰)

- دهه ۱۹۹۰: پیشرفت تکنولوژی و کاربردهای گسترده
- ژاپن پیشرو در استفاده از تکنولوژی منطق فازی در محصولات مانند دوربین‌های خودکار و آسانسورها
- کاربری منطق فازی در مدیریت شبکه‌های برق، مخابرات و سیستم‌های حمل و نقل در اروپا و آمریکا
- برگزاری اولین کنفرانس بین‌المللی IEEE سیستم‌های فازی در سان‌دیگو در فوریه ۱۹۹۲
- گشایش بخش سیستم‌های فازی IEEE در سال ۱۹۹۳
- مطرح شدن منطق فازی نوع-۲ برای مدل‌سازی عدم قطعیت‌های پیچیده‌تر
- بکارگیری منطق فازی برای تحلیل داده‌های حجیم، سیستم‌های پیش‌بینی و ترکیب با الگوریتم‌های یادگیری ماشین (ترکیب با هوش مصنوعی)



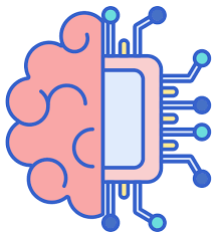
تاریخچه منطق فازی (۲۰۰۰)

- دهه ۲۰۰۰: پیشرفت در توسعه نظریه‌ها، الگوریتم‌ها و کاربردهای عملی منطق فازی
- منطق فازی به طور گسترده در صنایعی مانند خودرو، الکترونیک، هوافضا، لوازم خانگی، رباتیک و تجهیزات پزشکی به کار گرفته شد.
- کاربرد در علوم داده و پیش‌بینی
- ترکیب با الگوریتم‌های یادگیری ماشینی
- توسعه در زمینه رباتیک و هوش مصنوعی



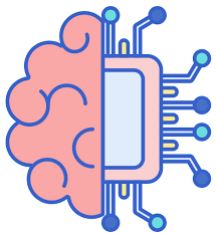
تاریخچه منطق فازی (۲۰۱۰)

- دهه ۲۰۱۰: گسترش یادگیری ترکیبی و کاربردهای پیشرفته
- کاربرد منطق فازی در یادگیری تقویتی (Reinforcement Learning) برای کنترل سیستم‌های خودکار
- کاربرد در اینترنت اشیاء (IoT)
- پیشرفت در منطق فازی نوع-۲ و نوع-۳
- سیستم‌های پشتیبانی تصمیم‌گیری در پزشکی، مانند تشخیص بیماری‌ها و تجویز داروها، از منطق فازی بهره بردند.
- گسترش در مدیریت انرژی و سیستم‌های هوشمند



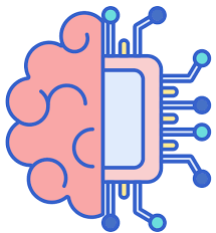
تاریخچه منطق فازی (۲۰۲۰)

- دهه ۲۰۲۰: هوش مصنوعی فازی و پیشرفت در کاربردهای بین رشته‌ای
- مدل‌های ترکیبی مانند سیستم‌های یادگیری نورو-فازی عمیق (Deep Neuro-Fuzzy Systems)، دقت و قابلیت‌های هوش مصنوعی را ارتقا دادند.
- کاربرد منطق فازی در تحلیل داده‌های بزرگ و پیچیده برای پیش‌بینی، طبقه‌بندی و مدیریت اطلاعات
- پیشرفت در کنترل و مسیریابی ربات‌ها و خودروهای خودران
- کاربرد منطق فازی در مدیریت منابع طبیعی، پایش کیفیت آب و هوا و پیش‌بینی تغییرات اقلیمی
- گسترش در حوزه‌های مالی و امنیت سایبری
- رشد در آموزش و ابزارهای نرم‌افزاری



منطق فازی در برابر منطق کلاسیک

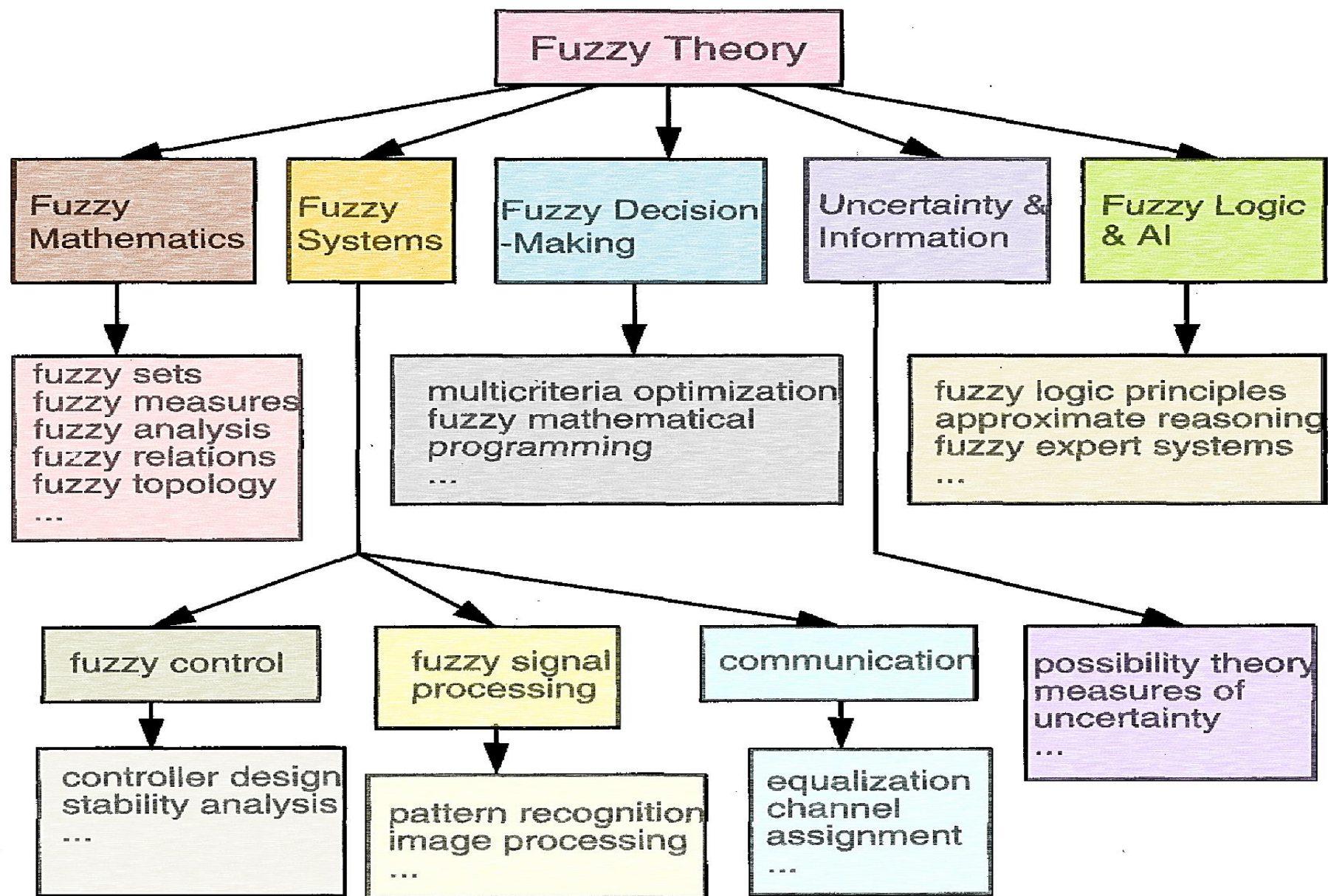
ویژگی	منطق کلاسیک	منطق فازی
حالت‌ها	فقط دو حالت: درست (۱) یا نادرست (۰)	بی‌نهایت حالت بین ۰ و ۱
تعریف	دقیق و قطعی	تقریبی و انعطاف‌پذیر
مثال گزاره‌ای	"هوا سرد است" (True/False)	"هوا تا چه اندازه سرد است؟"
مدل‌سازی واقعیت	برای شرایط ساده و قطعی	برای شرایط پیچیده و مبهم

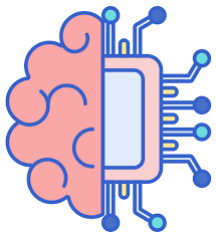


خصوصیات منطق فازی

- پیاده‌سازی انعطاف‌پذیر و سادگی الگوریتم‌ها در روش‌های یادگیری ماشین
- امکان شبیه‌سازی منطق و طرز تفکر انسانی
- امکان ایجاد بیش از دو راه حل یا پاسخ برای یک مسئله
- مناسب برای حل مسائلی با پاسخ‌های تقریبی
- نگاه فرآیندی به استنتاج به همراه استفاده از قیدها و شرط‌های منعطف در منطق فازی
- امکان ایجاد توابع غیرخطی با پیچیدگی‌های دلخواه
- وجود وابستگی شدید به نظر محقق در ایجاد مدل‌های منطق فازی

پنج شاخه عمده از زمینه های تحقیق تئوری فازی





فازی و عدم قطعیت

■ عدم قطعیت به شرایط یا موقعیتهایی اشاره دارد که در آن اطلاعات ناکافی، ناقص، نویزی یا مبهم هستند و نمی‌توان با اطمینان کامل تصمیم‌گیری کرد.

*انواع عدم قطعیت:

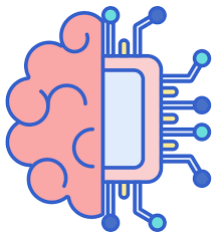
◀ ابهام (Ambiguity): یک عبارت یا مفهوم چندین معنی ممکن دارد (مثلاً "آب کمی گرم است").

◀ تصادفی بودن (Randomness): ناشی از پدیده‌های تصادفی است که با احتمال مدل‌سازی می‌شوند.

◀ عدم دقت (Imprecision): داده‌ها یا اطلاعات به اندازه کافی دقیق نیستند.

■ منطق فازی یک روش ریاضی و محاسباتی است که برای مدل‌سازی و مدیریت عدم قطعیت، ابهام، و داده‌های نامطمئن طراحی شده است.

■ به عبارتی، عدم قطعیت یک مشکل است و منطق فازی یک راه‌حل برای آن مشکل.



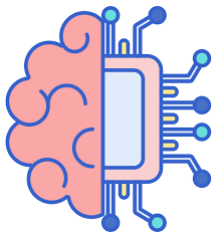
فازی و عدم قطعیت

■ این ماشین حدود ۱۰ تا ۱۵ سال عمر دارد. ← گزاره فازی (ناتوانی در ارزیابی ویژگی عددی)

■ این ماشین احتمالاً در آلمان ساخته شده است. ← عدم قطعیت درباره گزاره ساخت آلمان

■ ماشینی که بطور تصادفی انتخاب می کنم، شاید خیلی بزرگ باشد.

عدم قطعیت → ← گزاره فازی



مفهوم مجموعه در منطق کلاسیک

■ در ریاضیات کلاسیک، یک مجموعه گروهی از عناصر است که دارای یک ویژگی مشترک هستند. هر عنصر یا به مجموعه A تعلق $\in$ دارد (عضو است) یا تعلق ندارد $\notin$.

$$x \in A$$

$$3 \in A$$

$$x \notin A$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \Rightarrow$$

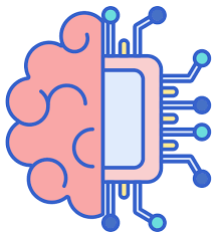
$$6 \notin A$$

■ محدودیت‌های مجموعه‌های کلاسیک

* در دنیای واقعی، بسیاری از مفاهیم به صورت دقیق تعریف نمی‌شوند. به عنوان مثال، اگر بخواهیم افراد "قد بلند" را در یک مجموعه قرار دهیم:

◀ آیا فقط کسانی که قدشان بالای ۱۸۰ سانتی‌متر است، قد بلند هستند؟

◀ آیا کسانی که قدشان ۱۷۹.۹ سانتی‌متر است، کاملاً "قد کوتاه" محسوب می‌شوند؟



تعریف مجموعه فازی

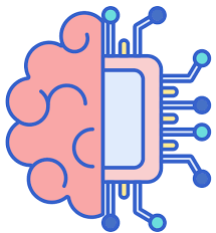
■ می توان برای نشان دادن عضویت یک شیء در مجموعه A از یک درجه عضویت استفاده کرد که هر عنصر یک درجه عضویت μ بین ۰ و ۱ خواهد داشت.

■ فرض کنید مجموعه فازی "قد بلند" را تعریف کنیم:

* اگر قد فردی ۱۵۰ سانتی متر باشد، درجه عضویت او در مجموعه "قد بلند" ممکن است $\mu=0.1$ باشد (یعنی فقط ۱۰٪ قد بلند است).

* اگر قد فردی ۱۸۰ سانتی متر باشد، درجه عضویت او $\mu=0.8$ است.

* اگر قد فردی ۲۰۰ سانتی متر باشد، درجه عضویت او $\mu=1$ است (کاملاً قد بلند).



مجموعه فازی و تابع عضویت

■ در فازی تابع عضویت $\mu(x)$ ابزار اصلی برای تعیین میزان تعلق یک عنصر به یک مجموعه فازی است:

* اگر مجموعه فازی A شامل x نباشد، آنگاه $\mu(x)=0$

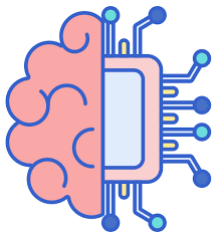
* اگر مجموعه فازی A به صورت جزئی شامل x باشد، آنگاه $0 < \mu(x) < 1$

* اگر مجموعه فازی A قطعاً شامل x باشد، آنگاه $\mu(x)=1$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 < \mu \leq 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases}$$

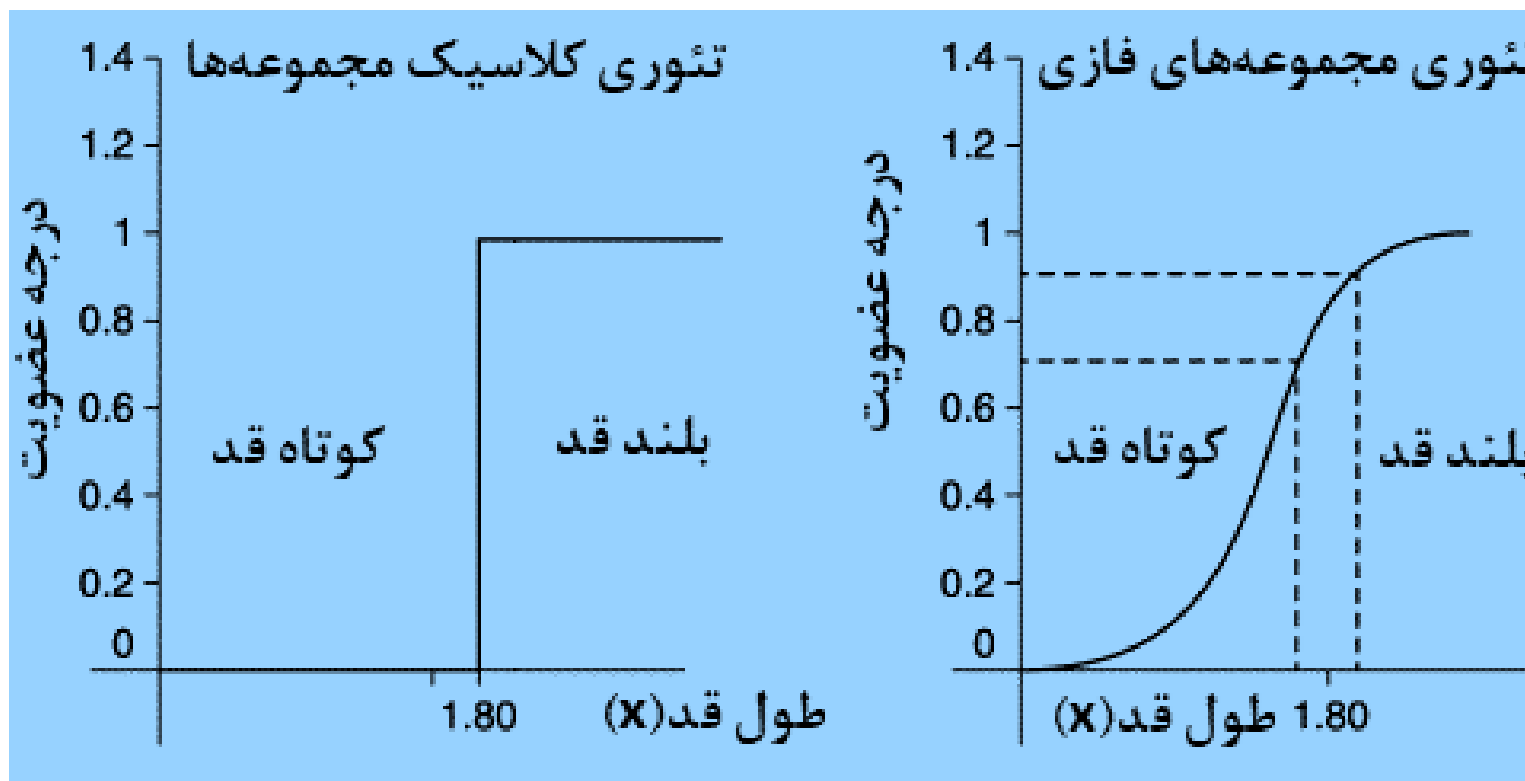
■ برای مشخص کردن مجموعه فازی A باید از دو مولفه استفاده کرد:

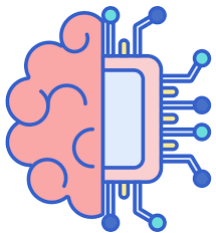
* مجموعه فازی A را به صورت زوج مرتب $A=(U,\mu)$ نشان می‌دهند که مولفه اول اعضا و مولفه دوم نیز درجه عضویت اعضا را نشان می‌دهد.



نمایش مجموعه فازی

- نمایش مجموعه فازی در بازه $[0,1]$ که یک درجه عضویت به هر عضو نسبت می دهد.
- * محور افقی مقدار مربوط به مجموعه U و محور عمودی درجه عضویت برای اعضای مجموعه است.





تابع عضویت (Membership Function)

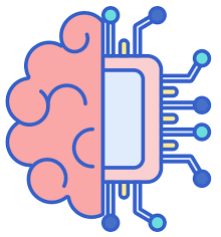
این تابع می‌تواند به صورت‌های مختلف تعریف شود:

- * **خطی:** تغییر تدریجی بین ۰ و ۱.
- * **مثلثی:** شکل مثلثی دارد و نقطه اوج آن درجه عضویت ۱ است.
- * **گوسی:** تغییرات نرم و پیوسته مشابه منحنی گاوسی.

مثال تابع عضویت:

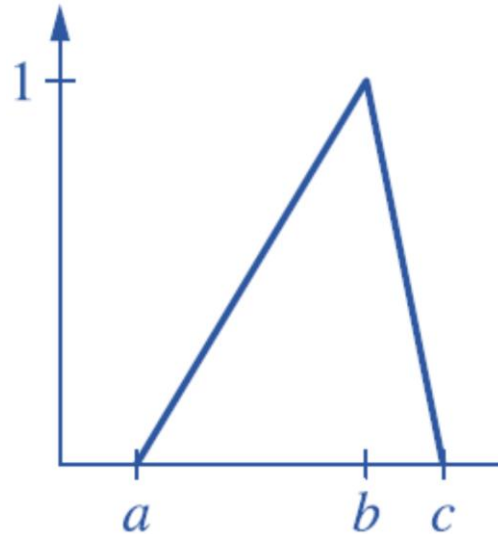
* برای مجموعه فازی "قد بلند":

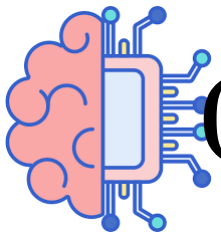
$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 160 \\ \frac{x - 160}{20} & 160 < x < 180 \\ 1 & x \geq 180 \end{cases}$$



تابع عضویت مثلثی (Triangular Membership Function)

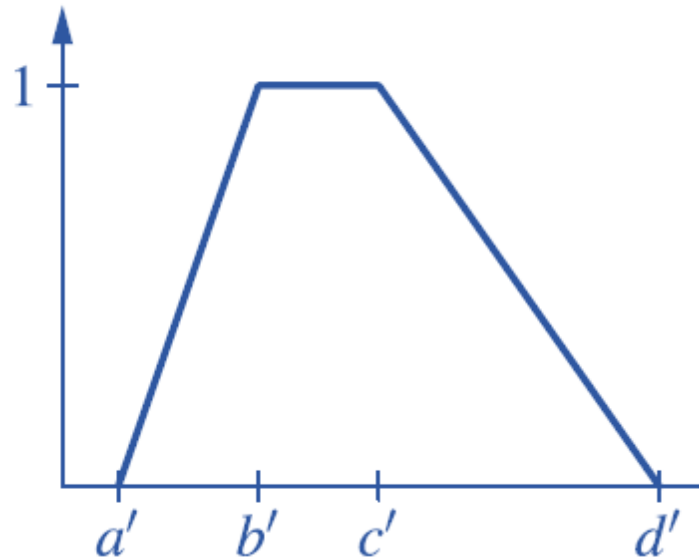
$$\Lambda_{a,b,c} : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1], \quad y \mapsto \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & \text{if } a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & \text{if } b \leq x \leq c \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$
$$a < b < c$$

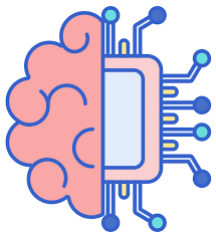




تابع عضویت ذوزنقه‌ای (Trapezoidal Membership Function)

$$\Pi_{a',b',c',d'} : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1], \quad y \mapsto \begin{cases} \frac{x-a'}{b'-a'} & \text{if } a' \leq x \leq b' \\ 1 & \text{if } b' \leq x \leq c' \\ \frac{d'-x}{d'-c'} & \text{if } c' \leq x \leq d' \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$
$$a' < b' \leq c' < d'$$

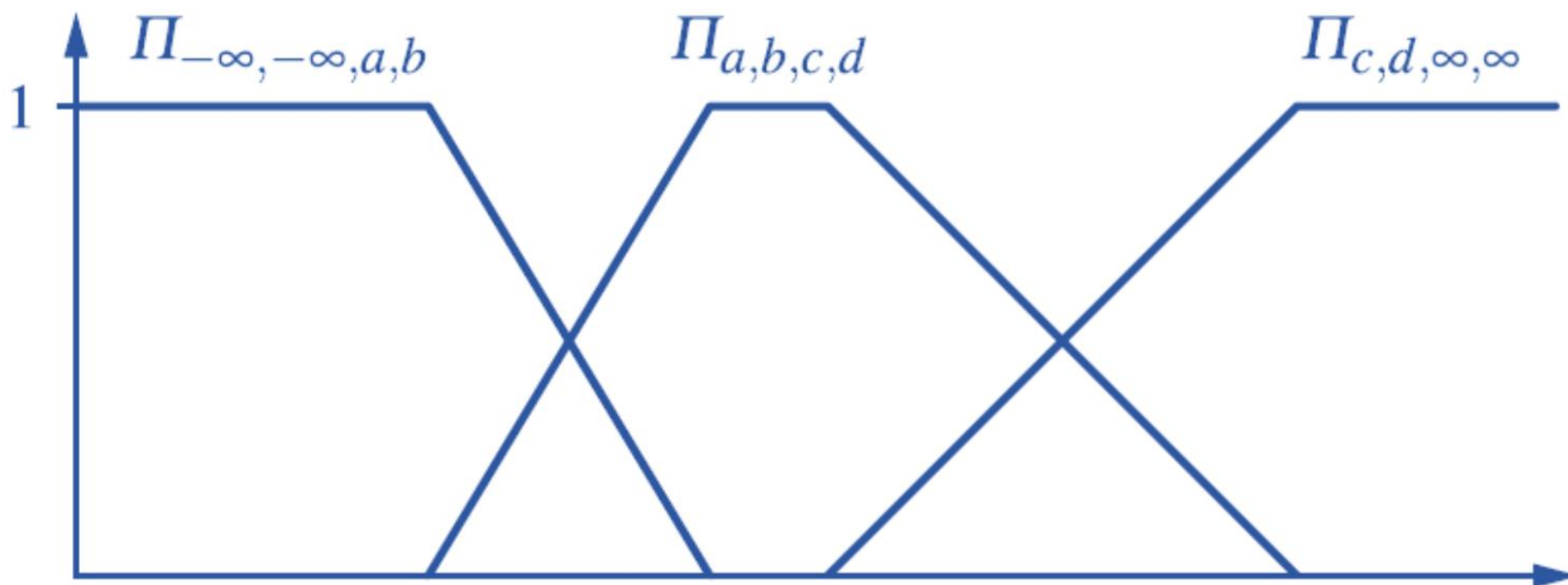


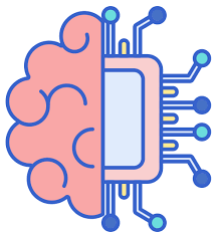


نمایش گرافیکی با تابع دوزنقه

We also permit the following parameter combinations:

$$a = b = -\infty \text{ or } c = d = \infty$$

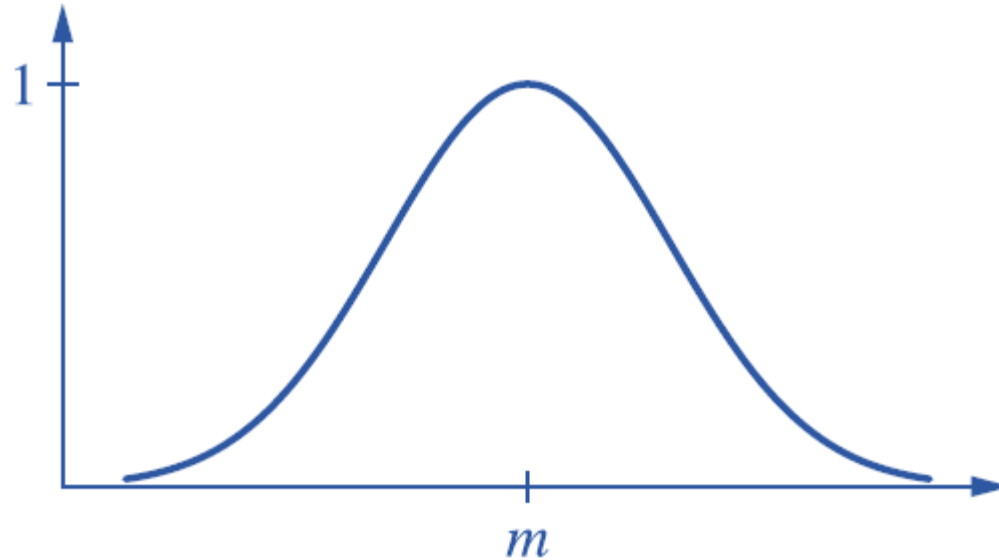


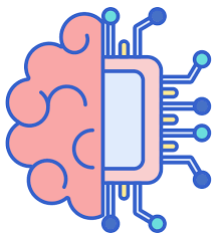


تابع عضویت گاوسی (Gaussian Membership Function)

$$\Omega_{m,s} : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1], \quad y \mapsto \exp \left(\frac{-(x - m)^2}{s^2} \right)$$
$$\Omega_{m,s}(m) = 1$$

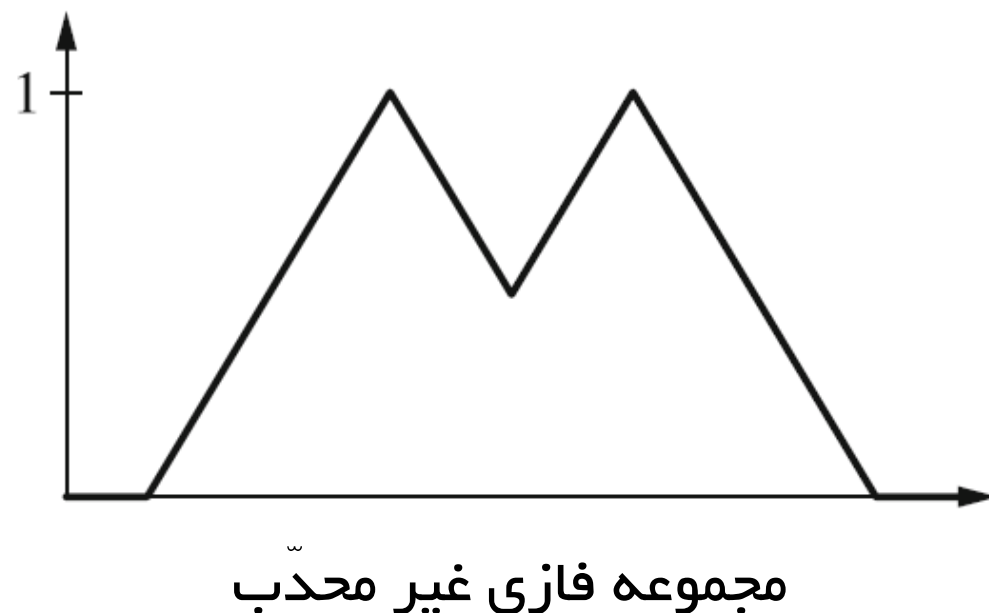
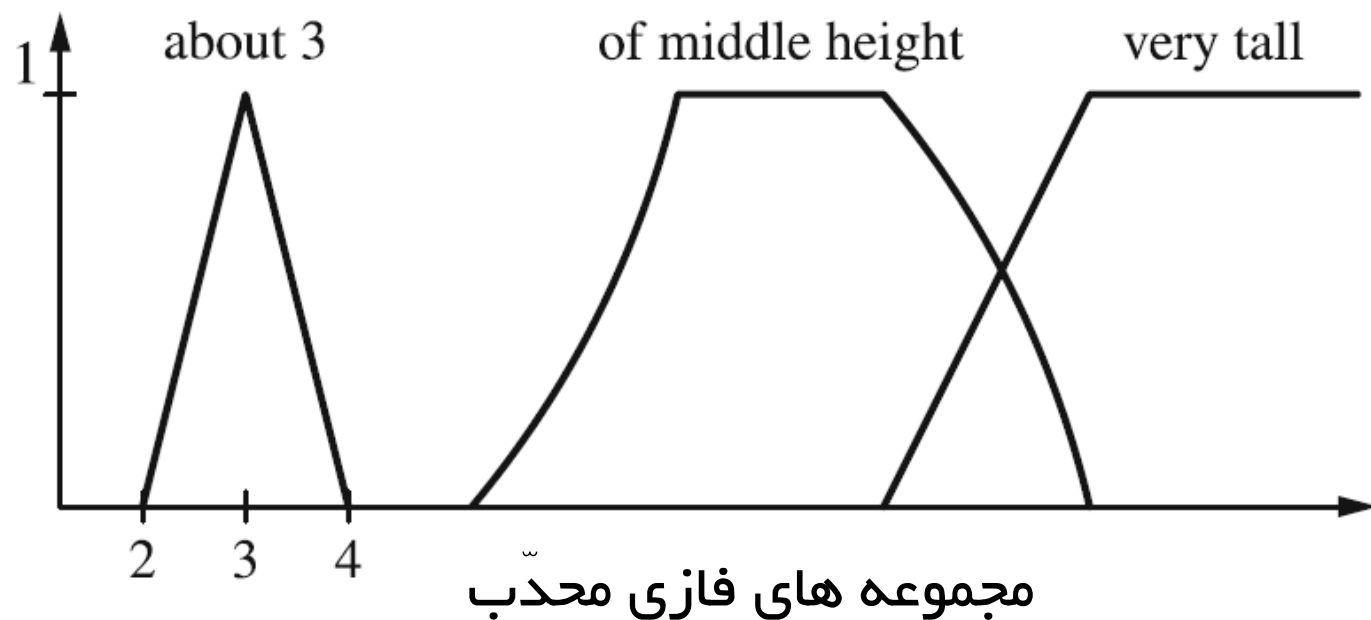
The parameter s determines the width of the bell curve.

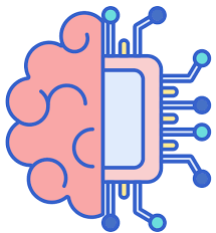




مجموعه فازی محدب

■ مجموعه فازی مربوط به عباراتی که بطور یکنواخت تا یک مقدار مشخص افزایش یافته و سپس از این مقدار بطور یکنواخت کاهش می یابد، **مجموعه فازی محدب** نامیده می شود.





فازی و نظریه احتمال

■ عضویت فازی با مفهوم احتمال متفاوت است.

$$\sum_{x \in X} \mu(x) = 1$$

نظریه احتمال

$$\sum_{x \in X} \mu(x) = ?$$

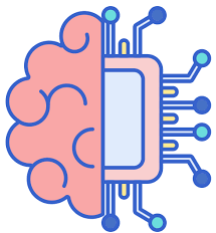
مجموعه فازی

■ مجموعه U مایعات غیر سمی است. دو بطری A و B داریم.

* بطری A با احتمال 0.9 به مجموعه U تعلق دارد.

* بطری B دارای درجه عضویت 0.9 به مجموعه U است.

اگر فردی از تشنگی در حال مرگ باشد، کدام بطری را انتخاب می کند؟



مفاهیم اساسی مجموعه های فازی

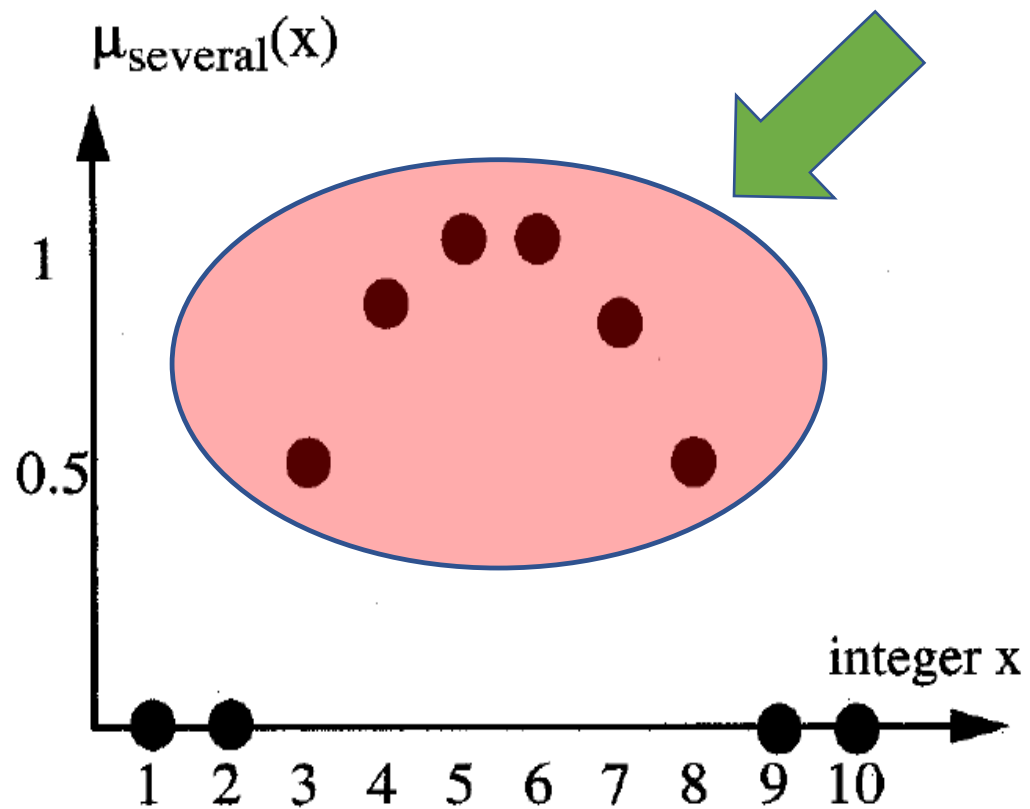
■ **تکیه گاه (Support)** مجموعه فازی A در فضای جهانی U یک مجموعه غیر فازی است که شامل تمامی عضوهای غیر صفر U می شود:

$$Supp(A) = \{x \in U | \mu_A(x) > 0\}$$

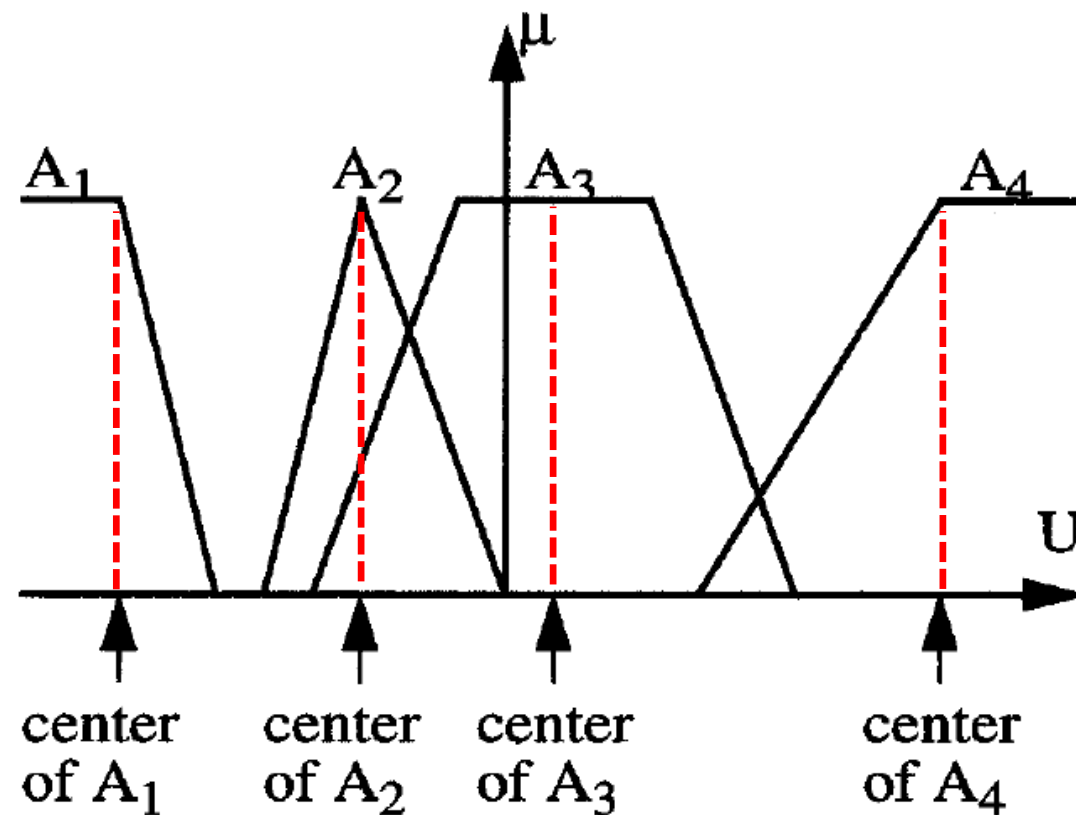
■ **مجموعه فازی تهی:** اگر تکیه گاه یک مجموعه فازی خالی باشد.

■ **منفرد فازی (Fuzzy Singleton)** یک مجموعه فازی است که تکیه گاه آن یک نقطه واحد در U خواهد بود.

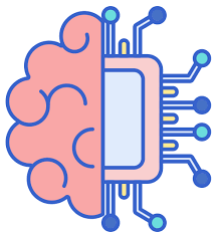
■ **مرکز (Center)** مقدار میانگین تمامی نقاطی که در آنها تابع تعلق مجموعه فازی به حداکثر مقدار خود می رسد.



تکیه گاه مجموعه فازی



مرکز چند مجموعه فازی



مفاهیم اساسی مجموعه های فازی

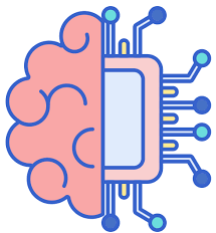
■ **نقطه تقاطع (Crossover Point):** نقطه ای در U که مقدار تابع تعلق برابر 0.5 است.

■ **ارتفاع (Height):** بزرگترین مقدار تابع تعلق است.

■ **مجموعه فازی طبیعی (Normal Fuzzy Set)** است اگر ارتفاع آن برابر 1 باشد.

■ **برش آلفا (α -cut)** مجموعه فازی A برابر مجموعه غیر فازی A_α است که شامل تمامی عضوهای U بوده به شرطی که مقادیر تعلق بزرگتر یا مساوی α دارند.

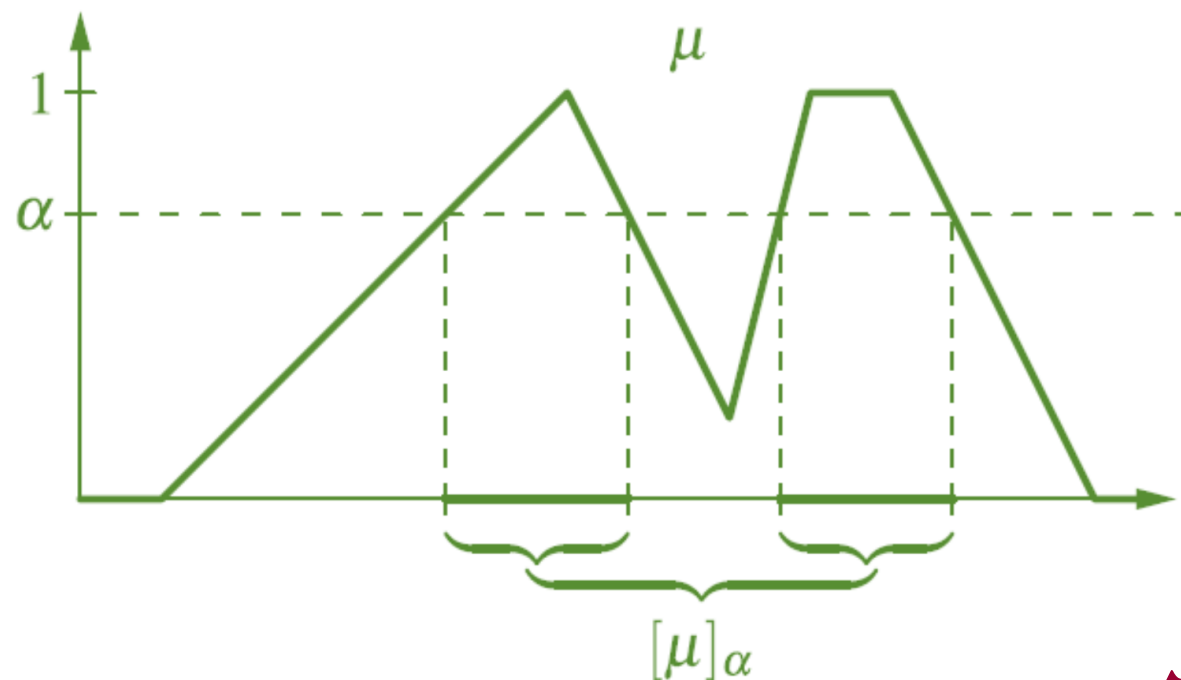
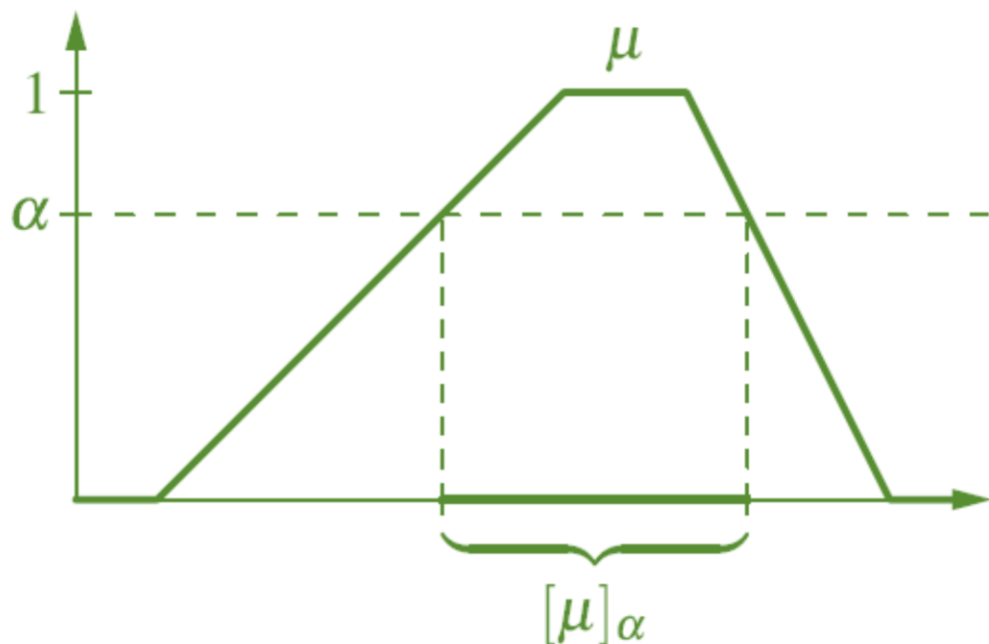
$$A_\alpha = \{x \in U | \mu_A(x) \geq \alpha\}$$

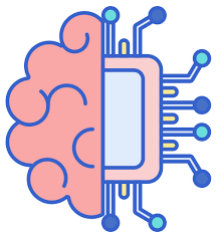


برش آلفا (α -cut)

■ برش آلفا (α -cut) مجموعه فازی A برابر مجموعه غیر فازی A_α است که شامل تمامی عضوهای U بوده به شرطی که مقادیر عضویت بزرگتر یا مساوی مقدار $\alpha \in [0,1]$ دارند.

$$A_\alpha = \{x \in U \mid \mu_A(x) > \alpha\}$$



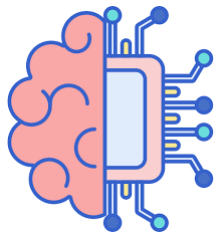


مفاهیم اساسی مجموعه های فازی

■ دو مجموعه A و B معادل هستند اگر و فقط اگر: $\forall x, x \in U \rightarrow \mu_A(x) = \mu_B(x)$

■ مجموعه A زیر مجموعه B است اگر و فقط اگر: $\forall x, x \in U \rightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$

■ قانون دمورگان: $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ و $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$



عملیات روی مجموعه‌های فازی (اجتماع)

■ اجتماع (Union) تعیین می‌کند که یک عنصر تا چه حد به حداقل یکی از مجموعه‌ها تعلق دارد.

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

* $\mu_A(x)$ = درجه عضویت عنصر x در مجموعه A

* $\mu_B(x)$ = درجه عضویت عنصر x در مجموعه B

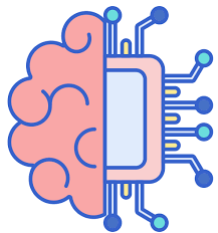
■ مثال: فرض کنید دو مجموعه فازی به شکل زیر باشند:

◀ مجموعه A : "قد بلند" با $\mu_A(170) = 0.5$ و $\mu_A(180) = 0.8$

◀ مجموعه B : "ورزشکار" با $\mu_B(170) = 0.7$ و $\mu_B(180) = 0.6$

$$\mu_{A \cup B}(170) = \max[\mu_A(170), \mu_B(170)] = \max(0.5, 0.7) = 0.7 \quad \text{برای } x = 170 *$$

$$\mu_{A \cup B}(180) = \max[\mu_A(180), \mu_B(180)] = \max(0.6, 0.8) = 0.8 \quad \text{برای } x = 180 *$$



عملیات روی مجموعه‌های فازی (اشتراک)

■ **اشتراک (Intersection)** تعیین می‌کند که یک عنصر تا چه حد به هر دو مجموعه تعلق دارد.

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

* $\mu_A(x)$ = درجه عضویت عنصر x در مجموعه A

* $\mu_B(x)$ = درجه عضویت عنصر x در مجموعه B

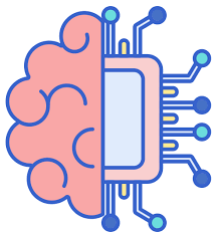
■ مثال: فرض کنید دو مجموعه فازی به شکل زیر باشند:

◀ مجموعه A : "قد بلند" با $\mu_A(170) = 0.5$ و $\mu_A(180) = 0.8$

◀ مجموعه B : "ورزشکار" با $\mu_B(170) = 0.7$ و $\mu_B(180) = 0.6$

$$\mu_{A \cap B}(170) = \min[\mu_A(170), \mu_B(170)] = \min(0.5, 0.7) = 0.5 \quad \text{* برای } x = 170$$

$$\mu_{A \cap B}(180) = \min[\mu_A(180), \mu_B(180)] = \min(0.6, 0.8) = 0.6 \quad \text{* برای } x = 180$$



عملیات روی مجموعه‌های فازی (مکمل)

■ مکمل (Complement) نشان می‌دهد که یک عنصر تا چه حد به مجموعه تعلق ندارد.

$$\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

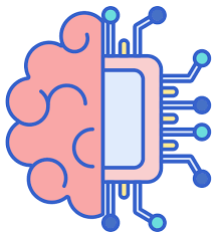
* $\mu_A(x)$ = درجه عضویت عنصر x در مجموعه A

■ مثال: فرض کنید دو مجموعه فازی به شکل زیر باشند:

◀ مجموعه A : "قد بلند" با $\mu_A(170) = 0.5$ و $\mu_A(180) = 0.8$

$$\mu_{\neg A}(170) = 1 - \mu_A(170) = 1 - 0.5 = 0.5 \quad \text{* برای } x = 170$$

$$\mu_{\neg A}(180) = 1 - \mu_A(180) = 1 - 0.8 = 0.2 \quad \text{* برای } x = 180$$



عملیات روی مجموعه‌های فازی (تفاضل)

■ **تفاضل فازی (Difference)** بیانگر این است که یک عنصر به مجموعه اول تعلق دارد اما به مجموعه دوم تعلق ندارد.

$$\mu_{A \setminus B}(x) = \min(\mu_A(x), 1 - \mu_B(x))$$

* $\mu_A(x)$ = درجه عضویت عنصر x در مجموعه A

* $\mu_B(x)$ = درجه عضویت عنصر x در مجموعه B

■ مثال: فرض کنید دو مجموعه فازی به شکل زیر باشند:

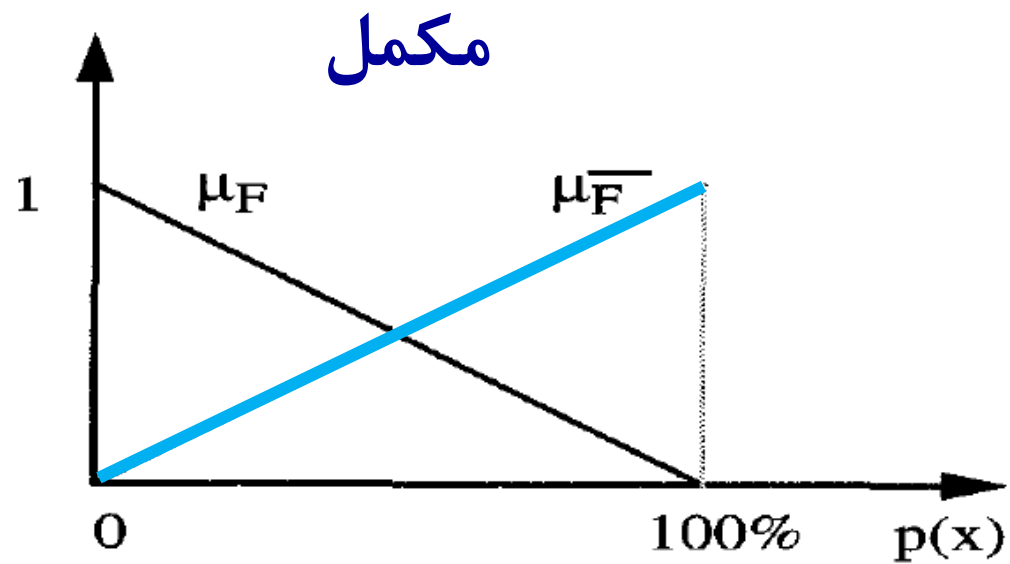
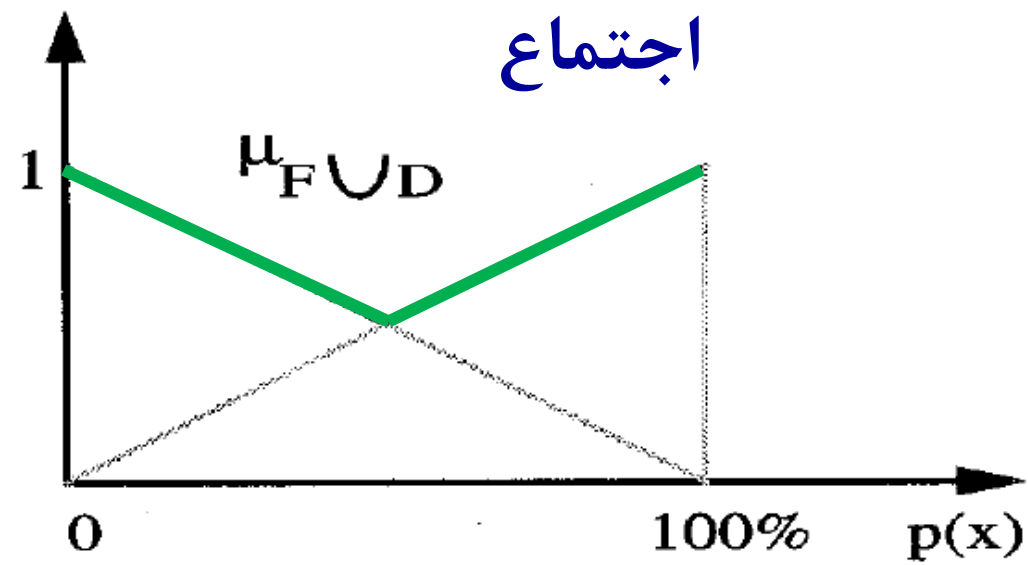
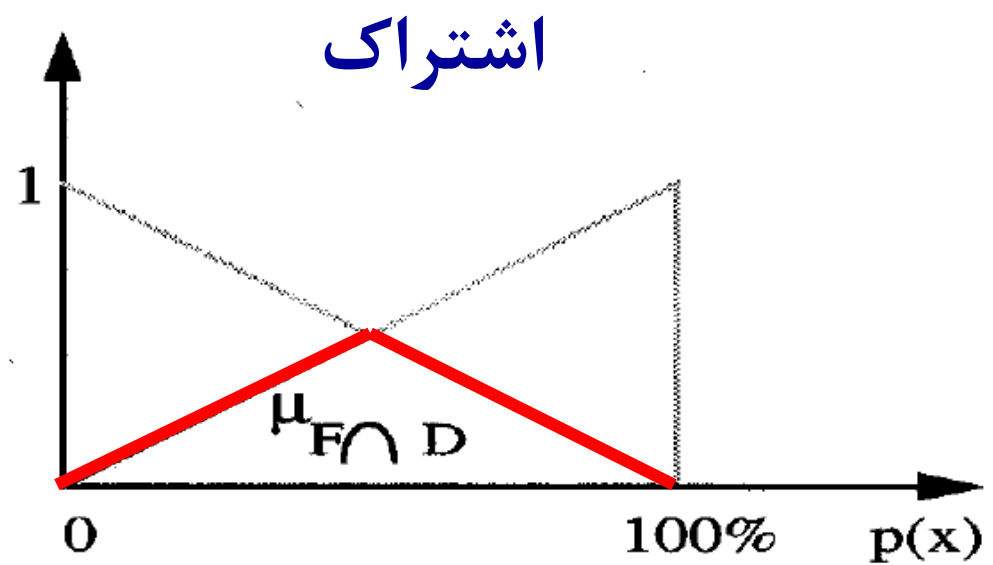
$$\mu_A(x) = \{(1, 0.2), (2, 0.5), (3, 0.8)\} \quad \blacktriangleleft$$

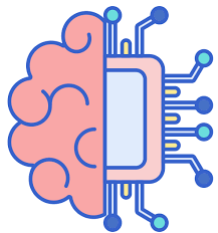
$$\mu_B(x) = \{(1, 0.4), (2, 0.3), (3, 0.6)\} \quad \blacktriangleleft$$

$$\mu_{A \setminus B}(1) = \min(\mu_A(1), 1 - \mu_B(1)) = \min(0.2, 0.6) = 0.2$$

$$\mu_{A \setminus B}(2) = \min(\mu_A(2), 1 - \mu_B(2)) = \min(0.5, 0.7) = 0.5 \quad \rightarrow \quad \mu_{A \setminus B}(x) = \{(1, 0.2), (2, 0.5), (3, 0.4)\}$$

$$\mu_{A \setminus B}(3) = \min(\mu_A(3), 1 - \mu_B(3)) = \min(0.8, 0.4) = 0.4$$



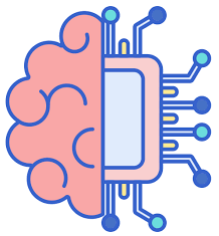


عملگرهای دیگر روی مجموعه های فازی

■ چرا به انواع دیگر عملگرها نیاز داریم؟

* ممکن است عملگرهای قبلی در برخی شرایط ارضا نشوند.

* کشف سایر عملگرها، کاربردها و اثر آنها روی مجموعه های فازی مورد علاقه مندی است.



روش‌های ترکیب مجموعه‌های فازی (حداقل-حداکثر)

■ روش حداقل-حداکثر (Min-Max Method)

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

* مینیمم

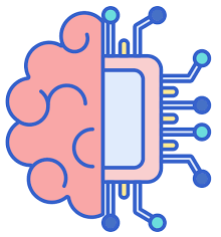
$$\mu_{A \cup B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

* ماکسیمم

■ کاربرد روش حداقل-حداکثر در سیستم‌های فازی

* استنتاج فازی: استفاده برای تصمیم‌گیری مبتنی بر قواعد.

* کنترل فازی: ترکیب خروجی قوانین کنترل.



روش‌های ترکیب مجموعه‌های فازی (ضرب-جمع)

■ روش ضرب-جمع (Product-Sum Method)

* ضرب

$$\mu_{A \cdot B}(x) = \mu_A(x) \times \mu_B(x)$$

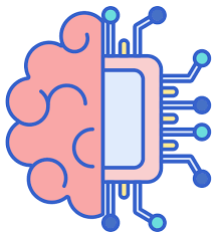
* جمع (با شرط اینکه درجات عضویت از ۱ تجاوز نکند).

$$\mu_{A \cdot B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - (\mu_A(x) \times \mu_B(x))$$

■ کاربرد روش ضرب-جمع در سیستم‌های فازی:

* استنتاج پیچیده: ترکیب اثرات مختلف به صورت دقیق‌تر.

* پردازش داده: ارزیابی روابط در مجموعه‌های داده.



مکمل فازی (جدید)

■ هر تابع $c: [0,1] \rightarrow [0,1]$ یک مکمل فازی (Fuzzy Complement) است اگر اصول موضوع زیر را ارضا نماید:

$$c(0) = 1 \quad , \quad c(1) = 0$$

* شرط مرزی

$$\forall a, b, a, b \in [0,1] \rightarrow \text{if } a < b \text{ then } c(a) > c(b)$$

* شرط نزولی بودن

■ انواع تابع مکمل فازی:

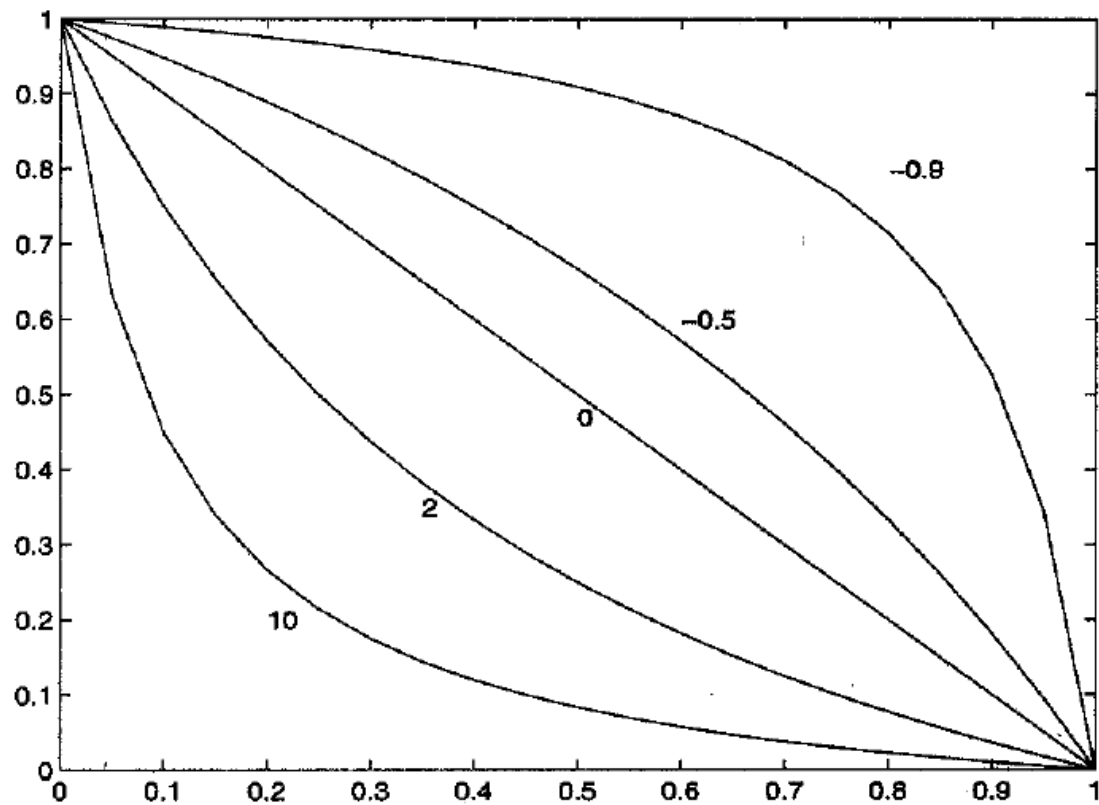
$$C_{\lambda}(a) = \frac{1 - a}{1 + \lambda a}$$

* کلاس سوگنو (Sugeno):

$$C_w(a) = (1 - a^w)^{\frac{1}{w}}$$

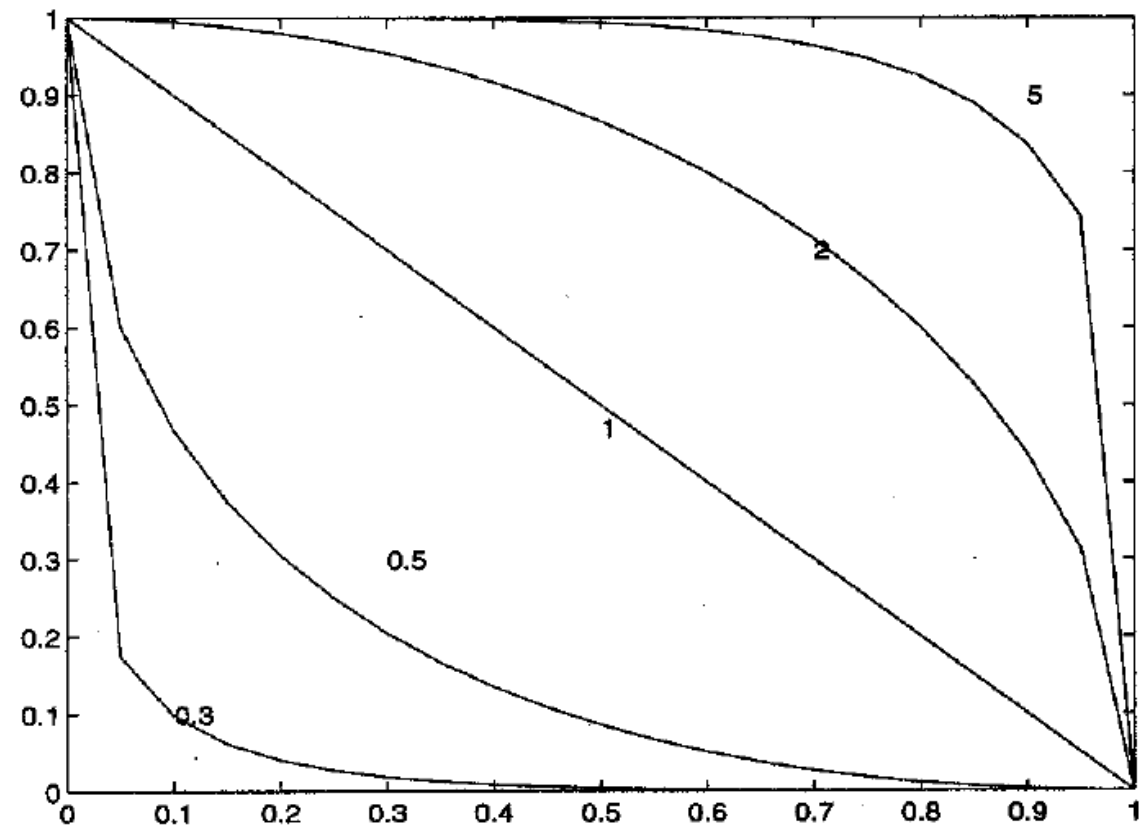
* کلاس یاگر (Yager):

$$C_{\lambda}(a) = \frac{1-a}{1+\lambda a}$$

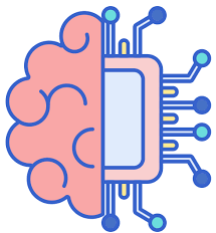


شکل تابع مکمل سوگنو

$$C_w(a) = (1 - a^w)^{\frac{1}{w}}$$



شکل تابع مکمل یاگر



اجتماع فازی یا S نُرم

■ هر تابع $c: [0,1] \times [1,0] \rightarrow [0,1]$ یک S نُرم (S-norm) است اگر اصول موضوع زیر را ارضا نماید:

$$S(0, a) = S(a, 0) = a \quad , \quad S(1,1) = 1$$

* شرط مرزی

$$S(a, b) = S(b, a)$$

* شرط جابجایی

$$\text{if } a \leq a' \text{ and } b \leq b' \text{ then } S(a, b) \leq S(a', b')$$

* شرط صعودی بودن

$$S(S(a, b), c) = S(a, S(b, c))$$

* شرط شرکت پذیری

■ انواع تابع S نُرم: کلاس یاگر – جمع دراستیک – جمع انیشتین – جمع جبری – ماکزیمم

نکته! ماکزیمم، کوچکترین مقدار و جمع دراستیک، بزرگترین مقدار S نُرم می باشد.

تابع S نُرم کلاس یاگر

$$S_w(a, b) = \min \left[1, (a^w + b^w)^{\frac{1}{w}} \right]$$

تابع S نُرم جمع دِراستیک

$$S_{ds}(a, b) = \begin{cases} a & , \quad b = 0 \\ b & , \quad a = 0 \\ 1 & , \quad else \end{cases}$$

تابع S نُرم جمع انیشتین

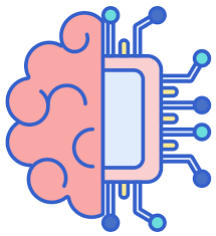
$$S_{es}(a, b) = \frac{a + b}{1 + ab}$$

تابع S نُرم جمع جبری

$$S_{as}(a, b) = a + b - ab$$

تابع S نُرم ماکزیمم

$$S(a, b) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$



اشتراک فازی یا T نُرم

■ هر تابع $c: [0,1] \times [1,0] \rightarrow [0,1]$ یک T نُرم (T-norm) است اگر اصول موضوع زیر را ارضا نماید:

$$t(1, a) = t(a, 1) = a, \quad t(0, 0) = 0$$

* شرط مرزی

$$t(a, b) = t(b, a)$$

* شرط جابجایی

$$\text{if } a \leq a' \text{ and } b \leq b' \text{ then } t(a, b) \leq t(a', b')$$

* شرط صعودی بودن

$$t(t(a, b), c) = t(a, t(b, c))$$

* شرط شرکت پذیری

■ انواع تابع S نُرم: کلاس یاگر – ضرب دراستیک – ضرب انیشتین – ضرب جبری – مینیمم

نکته! ضرب دراستیک، کوچکترین مقدار و مینیمم، بزرگترین مقدار T نُرم می باشد.

تابع T نُرم کلاس یاگر

$$t_w(a, b) = 1 - \min \left[1, ((1 - a)^w + (1 - b)^w)^{\frac{1}{w}} \right]$$

تابع T نُرم ضرب دراستیک

$$t_{dp}(a, b) = \begin{cases} a & , \quad b = 1 \\ b & , \quad a = 1 \\ 0 & , \quad else \end{cases}$$

تابع T نُرم ضرب انیشتین

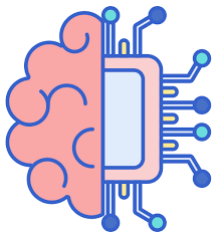
$$t_{ep}(a, b) = \frac{ab}{2 - (a + b - ab)}$$

تابع T نُرم ضرب جبری

$$S_{as}(a, b) = ab$$

تابع T نُرم ماکزیمم

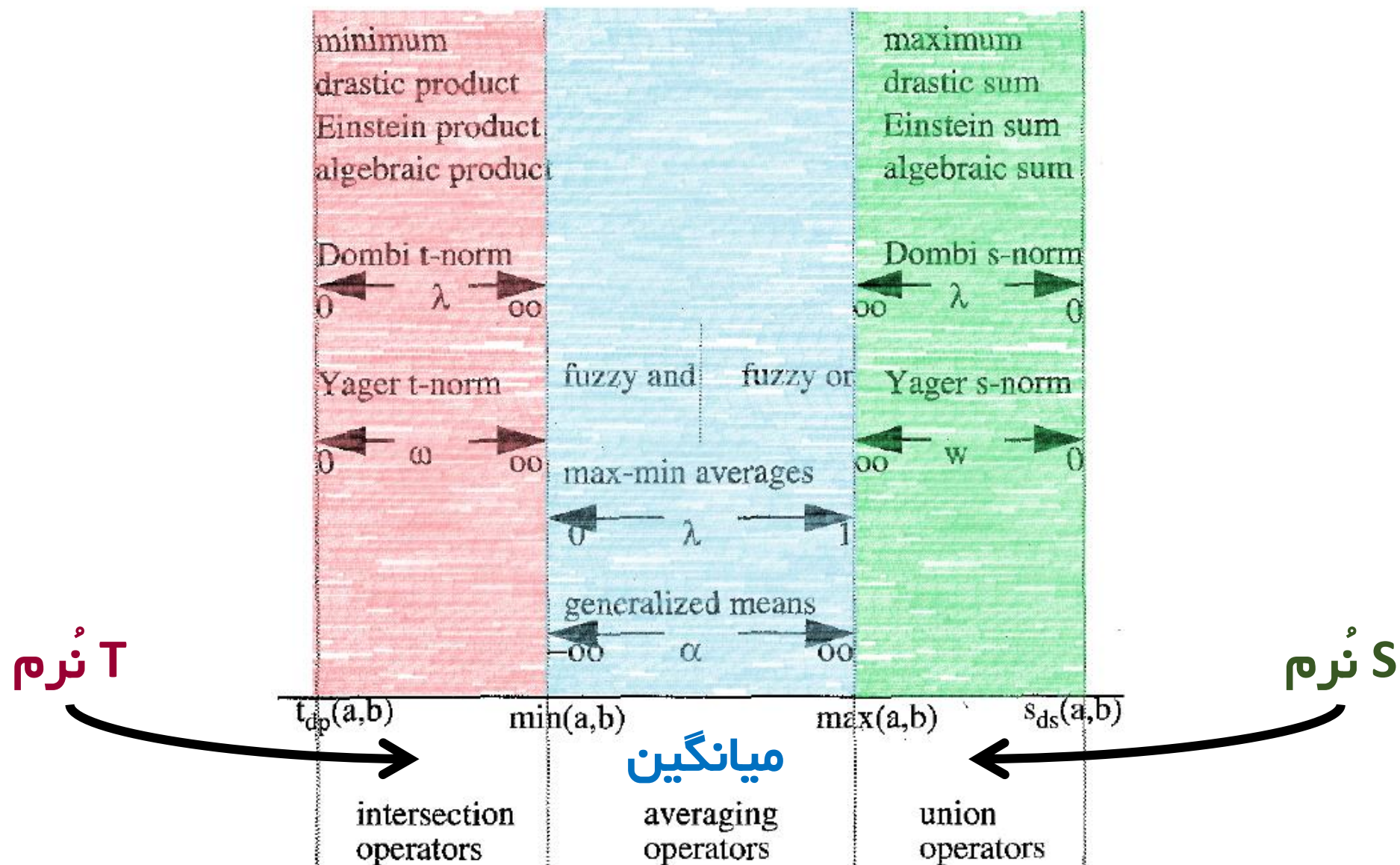
$$S(a, b) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$



عملگرهای میانگین

- مقدار T نُرم بین ضربِ دراستیک، کوچکترین مقدار و مینیمم، بزرگترین می باشد.
- مقدار S نُرم بین ماکزیمم، کوچکترین مقدار و جمعِ دراستیک، بزرگترین می باشد.
- عملگرهای بالا فاصله بین $\max(a,b)$ و $\min(a,b)$ را پوشش نمی دهند.
- **عملگر میانگین (Averaging Operator):** محدوده $[\min(a,b), \max(a,b)]$ را پوشش می دهد.
- انواع عملگر میانگین: میانگین Max-Min – میانگین تعمیم یافته – AND فازی – OR فازی

محدوده عملکرد مربوط به عملگرهای مختلف



تابع میانگین Max-Min

$$v_{\lambda}(a, b) = \lambda \max(a, b) + (1 - \lambda) \min(a, b)$$

$$\lambda \in [0, 1]$$

تابع میانگین تعمیم یافته

$$v_{\alpha}(a, b) = \left[\frac{a^{\alpha} + b^{\alpha}}{2} \right]^{\frac{1}{\alpha}}$$

$$\alpha \in R (\alpha \neq 0)$$

AND فازی

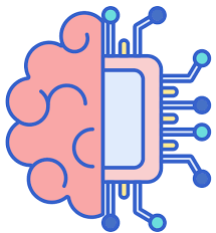
$$v_p(a, b) = p \min(a, b) + \frac{(1 - p)(a + b)}{2}$$

$$p \in [0, 1]$$

OR فازی

$$v_{\gamma}(a, b) = \gamma \max(a, b) + \frac{(1 - \gamma)(a + b)}{2}$$

$$\gamma \in [0, 1]$$



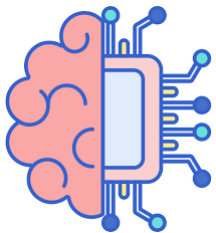
مبانی سیستم‌های فازی

- سیستم‌های فازی برای تصمیم‌گیری یا پیش‌بینی در شرایط پیچیده و غیرقطعی استفاده شده و از طریق بدست آوردن مجموعه قواعد فازی از دانش افراد خبره ساخته می‌شوند.
- سیستم‌های مبتنی بر دانش (Knowledge-based) یا قواعد (Rule-based)
- قلب سیستم فازی یک پایگاه دانش مبتنی بر قواعد **اگر-آنگاه** فازی است.
- سیستم‌های فازی از سه بخش تشکیل می‌شوند:

* قواعد فازی

* پایگاه قواعد

* موتور استنتاج فازی



اجزای سیستم فازی چیست؟

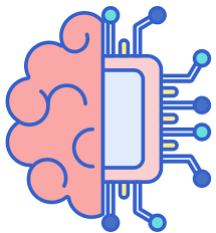
(۱) **قواعد فازی (Fuzzy Rules)** مجموعه‌ای از قواعد "اگر-آنگاه" (IF-THEN) که روابط بین ورودی‌ها و خروجی‌های سیستم را مشخص می‌کنند.

اگر x متعلق به مجموعه A باشد، آنگاه y متعلق به مجموعه B است.

(۲) **پایگاه قواعد (Rule Base)** شامل مجموعه‌ای از قواعد فازی که رفتار سیستم را تعریف می‌کنند.
* این مجموعه مانند یک پایگاه دانش عمل می‌کند.

(۳) **موتور استنتاج فازی (Fuzzy Inference Engine)** مسئول ترکیب قواعد فازی و محاسبه خروجی سیستم بر اساس مقادیر ورودی و قواعد موجود است. این فرآیند شامل سه مرحله اصلی است:

- I. فازی‌سازی (Fuzzification): تبدیل ورودی‌های قطعی به مقادیر فازی.
- II. اعمال قواعد (Rule Application): محاسبه درجات انطباق ورودی‌ها با قواعد.
- III. دی‌فازی‌سازی (Defuzzification): تبدیل مقادیر فازی خروجی به مقادیر قطعی.



فازی سازی (Fuzzification)

■ فرآیندی است که در آن مقادیر ورودی قطعی (دقیق) به مقادیر فازی تبدیل می‌شوند.

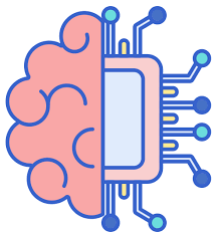
■ هدف این تبدیل تعیین درجه عضویت (Membership Degree) ورودی‌ها در مجموعه‌های فازی است و بر اساس توابع عضویت انجام می‌شود.

■ مراحل فازی‌سازی:

* **تعریف مجموعه‌های فازی:** مقادیر ورودی با مجموعه‌های زبانی (مانند "کم"، "متوسط"، "زیاد") توصیف می‌شوند.

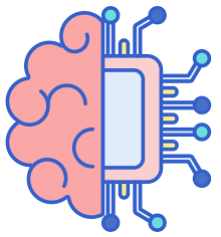
◀ هر مجموعه فازی با یک تابع عضویت مشخص می‌شود.

* **محاسبه درجه عضویت:** درجه عضویت عددی است بین ۰ و ۱ که نشان می‌دهد ورودی تا چه حد به یک مجموعه فازی تعلق دارد.



دی فازی سازی (Defuzzification)

- فرآیندی است که در آن خروجی فازی (مجموعه‌ای از درجات عضویت برای مقادیر ممکن) به یک مقدار قطعی تبدیل می‌شود.
- این مرحله آخرین گام در سیستم استنتاج فازی است و برای تبدیل نتیجه به شکلی استفاده می‌شود که قابل فهم و کاربردی باشد.
- سه روش اصلی دی فازی سازی عبارت‌اند از:
 - * روش مرکز ثقل (Centroid Method)
 - * روش بیشینه (Max Membership Method)
 - * روش میانگین وزنی (Weighted Average Method)



دی فازی سازی مرکز ثقل (Centroid Method)

این روش رایج ترین روش دی فازی سازی است. مقدار خروجی به عنوان مرکز ثقل (مرکز جرم) ناحیه زیر منحنی تابع عضویت خروجی محاسبه می شود.

$$y = \frac{\int y \cdot \mu(y) dy}{\int \mu(y) dy}$$

مزایا و معایب:

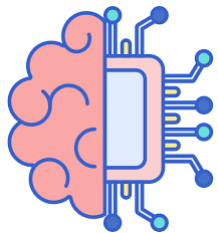
* **مزایا:** دقت بالا؛ مناسب برای خروجی های غیر خطی.

* **معایب:** محاسبات پیچیده برای نواحی غیر منظم.

$$\mu(y) = \begin{cases} 0 & y < 0 \\ \frac{y}{5} & 0 \leq y < 5 \\ \frac{y-10}{5} & 5 \leq y \leq 10 \\ 0 & y > 10 \end{cases}$$

$$y = \frac{\int_0^5 y \cdot \frac{y}{5} dy + \int_5^{10} y \cdot \frac{y-10}{5} dy}{\int_0^5 \frac{y}{5} dy + \int_5^{10} \frac{y-10}{5} dy} \approx 5$$

مثال:



دی فازی سازی بیشینه (Max Membership Method)

■ در این روش خروجی، مقداری است که دارای بالاترین عضویت است.

■ مثال: فرض کنید تابع عضویت خروجی به صورت زیر باشد:

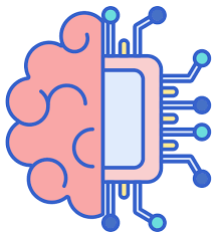
$$\mu(7)=0.4 - \mu(5)=0.8 - \mu(3)=0.5 \blacktriangleleft$$

* در این روش، $y=5$ بعنوان خروجی انتخاب می شود زیرا بیشترین درجه عضویت ($\mu=0.8$) را دارد.

■ مزایا و معایب:

* **مزایا:** محاسبات ساده و سریع.

* **معایب:** دقت کمتر؛ در شرایطی که مقادیر متعددی درجه عضویت مشابه دارند، ممکن است خروجی دقیق نباشد.



دی فازی سازی میانگین وزنی (Weighted Average Method)

این روش برای سیستم‌هایی با خروجی‌های خطی یا عددی مناسب است. خروجی به عنوان میانگین وزنی مقادیر خروجی و درجات عضویت آنها محاسبه می‌شود.

$$y = \frac{\sum y_i \cdot \mu_i(y)}{\sum y_i(y)}$$

مزایا و معایب:

* **مزایا:** مناسب برای خروجی‌های خطی؛ ساده‌تر از مرکز ثقل.

* **معایب:** نیاز به تعریف خروجی‌های عددی مشخص.

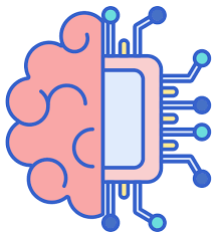
مثال: فرض کنید مقادیر خروجی و درجات عضویت آنها به صورت زیر باشد:

$$y = \frac{\sum_{i=1}^3 y_i \cdot \mu_i(y)}{\sum_{i=1}^3 y_i} = \frac{8.6}{1.8} \approx 4.78$$

$y_1=3, \mu(y_1)=0.6$ *

$y_2=5, \mu(y_2)=0.8$ *

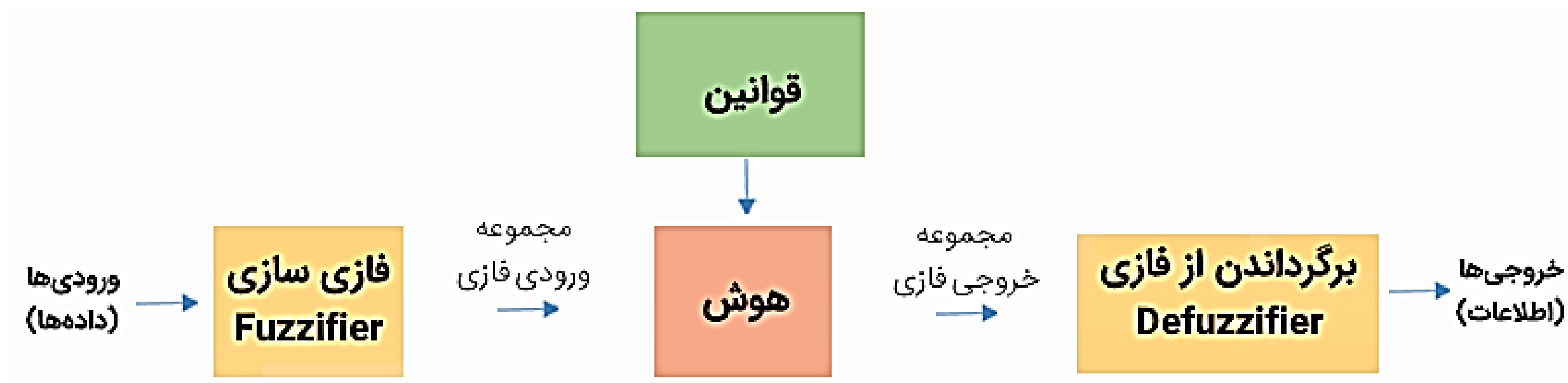
$y_3=7, \mu(y_3)=0.4$ *



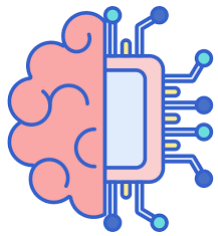
جمع بندی دی فازی سازی

- مرکز ثقل: برای کاربردهای دقیق تر مناسب است ولی محاسبات پیچیده تری دارد.
- بیشینه: سریع ترین روش است ولی دقت کمتری دارد.
- میانگین وزنی: تعادلی بین دقت و سادگی فراهم می کند.

ویژگی	مرکز ثقل	بیشینه	میانگین وزنی
دقت	بسیار دقیق	کمتر	نسبتاً دقیق
پیچیدگی محاسبات	زیاد	کم	متوسط
کاربردها	سیستم های پیچیده و دقیق	سیستم های ساده یا تصمیمات سریع	سیستم های با خروجی خطی یا ساده

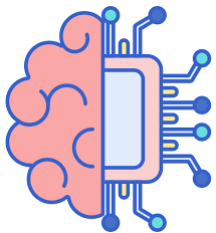


دیاگرام عملکرد یک سیستم فازی



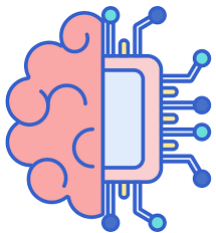
مزایای استفاده از سیستم‌های منطق فازی

- ساختار سیستم‌های منطق فازی، ساده و قابل درک است و امروزه در مقیاس تجاری و آزمایشگاهی بسیار به کار گرفته می‌شود.
- کنترل بهتر و موثرتر ماشین‌ها و صرفه‌جویی در هزینه‌ها را با استفاده از منطق فازی می‌توان امکان‌پذیر کرد. اگر با ورودی‌ها نادقیق مواجه باشیم به دلیل قابل قبول بودن نتایج حاصل شده، می‌توان آن را با اطمینان استفاده کرد.
- بالا بردن کارایی سیستم‌ها با منطق فازی امکان‌پذیر است بطوری که با استفاده از حسگرهای ارزان قیمت فرآیند کنترل سیستم به خوبی و با هزینه کم صورت می‌پذیرد.



معایب سیستم‌های منطق فازی

- فرآیند تصمیم‌سازی بر مبنای منطق فازی چون بر مبنای قوانین از پیش تعیین شده صورت می‌گیرد، اگر این قوانین دچار نقص یا اشکال باشند، ممکن است نتایج اصلاً قابل قبول نباشند.
- انتخاب تابع عضویت و قوانین پایه از مشکل‌ترین قسمت‌های ایجاد سیستم‌های فازی است.
- پیاده‌سازی منطق فازی در سخت‌افزارهای رایج، احتیاج به آزمایش‌های متعدد و زمان‌بر دارد.
- متأسفانه کارایی منطق فازی در بازشناسی الگو نسبت به شبکه عصبی در یادگیری ماشین کمتر است. به همین علت در علم داده (Data Science) به آن کمتر پرداخته می‌شود.



نمونه کاربردهای عملی منطق فازی

■ سیستم‌های کنترل فازی

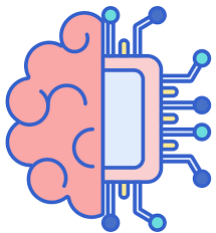
* **کنترل دمای اتاق:** سیستم تهویه مطبوع با استفاده از ورودی‌های فازی مانند "سرد"، "معتدل"، و "گرم" دمای مطلوب را تنظیم می‌کند.

* **کنترل سرعت خودرو:** سیستم کروز کنترل با استفاده از قواعد فازی سرعت خودرو را تنظیم می‌کند.

■ لوازم خانگی هوشمند

* **ماشین لباسشویی:** تنظیم میزان آب، دما، و سرعت چرخش بر اساس نوع پارچه و وزن لباس.

* **یخچال:** تنظیم دما بر اساس مقدار و نوع مواد غذایی.



نمونه کاربردهای عملی منطق فازی

■ پزشکی و تشخیص بیماری‌ها

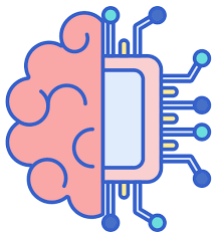
* **تشخیص بیماری‌ها:** سیستم‌های خبره فازی با استفاده از علائم بیماران احتمال وجود یک بیماری را محاسبه می‌کنند.

* **کنترل انسولین در دیابت:** تنظیم میزان تزریق انسولین بر اساس سطوح قند خون.

■ هوش مصنوعی و یادگیری ماشین

* **رباتیک:** کنترل حرکت و تصمیم‌گیری ربات‌ها با استفاده از اطلاعات فازی مانند فاصله، سرعت، و موانع.

* **بازی‌های رایانه‌ای:** تنظیم رفتار شخصیت‌های بازی بر اساس شرایط و اهداف.



نمونه کاربردهای عملی منطق فازی

■ مهندسی و طراحی سیستم‌ها

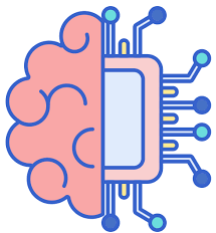
* **کنترل ترافیک:** تنظیم چراغ‌های راهنمایی بر اساس حجم ترافیک در تقاطع‌ها.

* **مدیریت انرژی:** بهینه‌سازی مصرف انرژی در شبکه‌های برق

■ اقتصاد و مدیریت مالی

* **پیش‌بینی بازار:** پیش‌بینی قیمت سهام با استفاده از اطلاعات فازی.

* **مدیریت ریسک:** ارزیابی ریسک سرمایه‌گذاری‌ها.



نمونه کاربردهای عملی منطق فازی

■ کشاورزی هوشمند

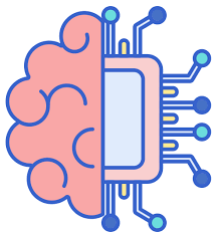
* **آبیاری هوشمند:** تنظیم میزان آب بر اساس دما، رطوبت خاک، و نوع محصول.

* **مدیریت آفات:** پیش‌بینی و کنترل آفات با استفاده از داده‌های فازی.

■ حمل و نقل و خودرو

* **خودروهای خودران:** تصمیم‌گیری در شرایط پیچیده ترافیکی با استفاده از قواعد فازی.

* **کنترل ترمز:** سیستم‌های ABS برای جلوگیری از لغزش چرخ‌ها.



نمونه کاربردهای عملی منطق فازی

■ پیش‌بینی و تحلیل داده‌ها

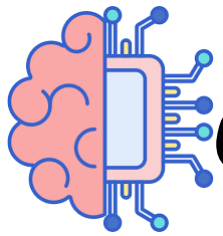
* پیش‌بینی آب و هوا: استفاده از داده‌های نامعین برای پیش‌بینی شرایط جوی.

* تحلیل کسب‌وکار: ارزیابی رضایت مشتریان یا احتمال موفقیت یک محصول جدید.

■ صنایع تولیدی

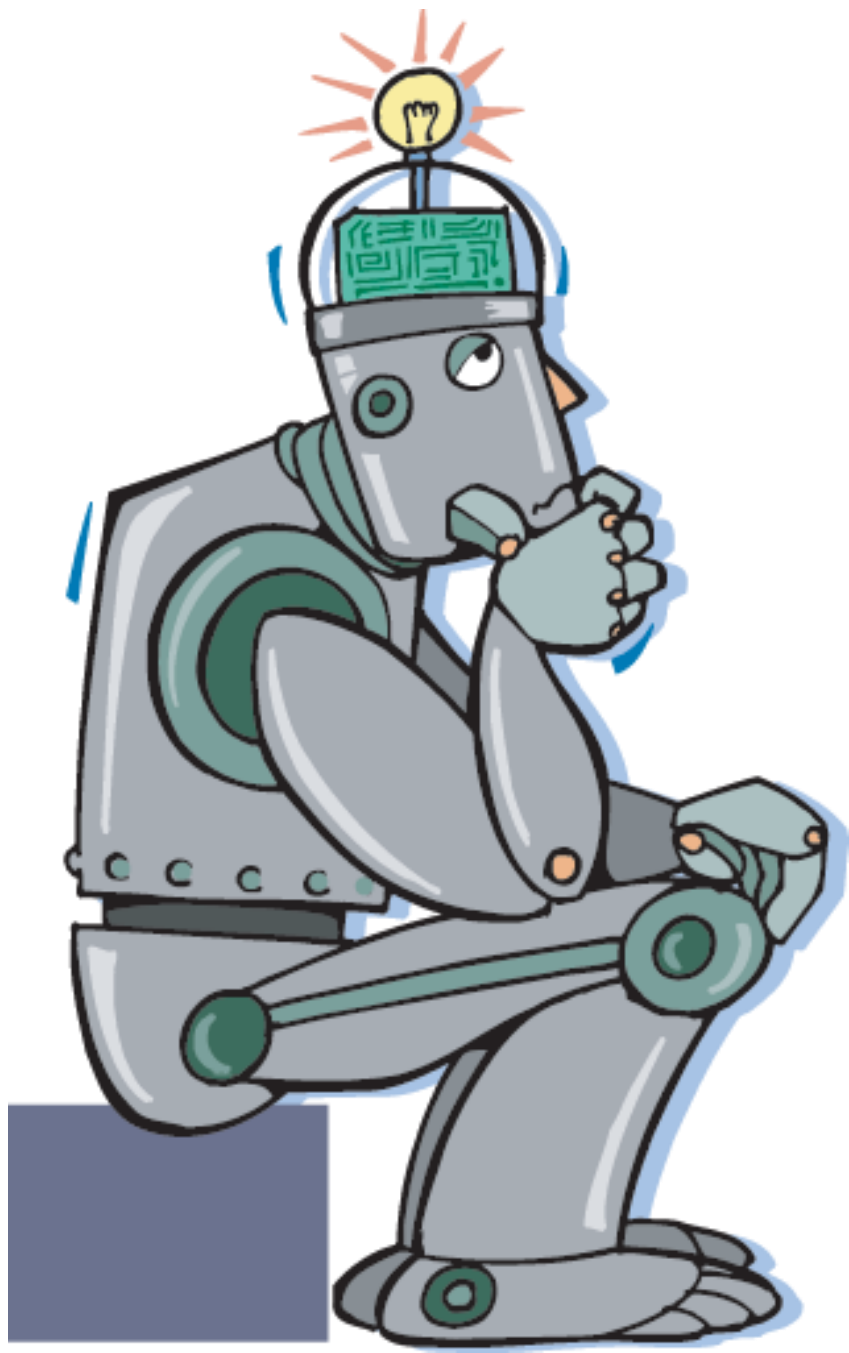
* کنترل کیفیت: ارزیابی کیفیت محصولات با معیارهای فازی.

* زمان‌بندی تولید: بهینه‌سازی زمان‌بندی در خطوط تولید.



نمونه کاربردها و حوزه‌های کاری برای منطق فازی

ردیف	محصول	شرکت	کاربرد منطق فازی
۱	ترمز ضد قفل (ABS)	نیسان	کنترل ترمزها با منطق فازی براساس سرعت، شتاب، سرعت و شتاب هر چرخ در خودرو
۲	انتقال خودکار	نیسان / NOK	استفاده از منطق فازی در کنترل زمان پاشش سوخت، احتراق و تخلیه براساس دور موتور، دمای رادیاتور و ... برای بالا بردن کارایی موتور خودرو
۳	موتور خودکار	هوندا / نیسان	به کارگیری منطق فازی در کنترل تعویض دنده براساس فشار موتور، سبک رانندگی و شرایط جاده برای کنترل راحت‌تر خودرو توسط راننده
۴	دستگاه کپی	کانن	استفاده از منطق فازی برای تنظیم ولتاژ درام در دستگاه فتوکپی، براساس تراکم تصویر، رطوبت و دما
۵	کروز کنترل	نیسان، ایسوزو و میتسوبیشی	تنظیم هوای ورودی به موتور با منطق فازی به منظور کنترل سرعت و شتاب خودرو
۶	ماشین ظرفشویی	ماتسوشیتا	تعیین نحوه چرخه شستشو (آبکشی و شستن) براساس تعداد ظرف و میزان کثیفی ظروف به کمک منطق فازی در ماشین ظرفشویی
۷	کنترل آسانسور	فوجی‌تک، میتسوبیشی، توشیبا	استفاده از منطق فازی به منظور کاهش زمان انتظار براساس تراکم مسافران هنگام استفاده از آسانسور
۸	اجاق میکرو	میتسوبیشی	تعیین شدت اشعه و تعیین زمان پخت در دستگاه اجاق میکروویو برای پخت براساس منطق فازی
۹	رایانه‌های دستی	هیتاچی، شارپ، سانئو و توشیبا	تشخیص دست خط در رایانه‌های دستی و تلفن همراه



سؤال؟